Leçon1 : L'ordre dans **IR**:

Ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Présentation globale

I) L'ordre dans IR et propriétés

III) Propriétésde l'ordre dans IR

II) Encadrement

IV) La droite numérique et intervalles dans l'ensemble des nombres réels

V) La valeur absolue et propriétés

Capacités attendues

- Représenter un nombre sur la droite numérique ;
- Maitriser la comparaison de deux nombres ou deux expressions ;
- Encadrer une somme et un produit de deux nombres réels ;
- Encadrer l'inverse et la racine carrée d'un nombre réel ;
- Appliquer les propriétés de l'ordre et ses opérations dans l'encadrement et la comparaison de quelques expressions algébriques ;
- Effectuer des majorations et des minorations d'un nombre ou d'une expression algébrique ;
- Représenter l'intersection et la réunion de deux intervalles sur la droite numérique.

Distinguer un nombre et sa valeur approchée.

Recommandations pédagogiques

- On introduira aux élèves des connaissances essentielles relatives à la calculatrice scientifique (Calcul d'une racine carrée, somme algébriques, valeurs approchées……) ;
- On admettra, à ce niveau, toutes les propriétés de l'ordre et les opérations qu'on appliquera dans l'encadrement l'approximation d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, de Deux nombres réels, le carré d'un nombre réel, la racine carrée d'un réel sachant que chacun des Nombres est compris entre deux nombres de même signe et ce à travers divers exercices Simples issus aussi bien du domaine des mathématiques que d'autres disciplines ;
- On fera le lien entre la valeur absolue et la distance entre deux points sur la droite graduée.

I) L'ordre dans : $\mathbb{R}$

1) Activités : Comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

SOLUTION : Comparer deux nombres réels *a* et *b*, c'est chercher à savoir quel est le plus grand (Ou s'ils sont égaux).

Comparer *a* et *b* revient à étudier le signe de : $a - b$.

1) On compare $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$

$\frac{8}{11} - \frac{5}{11} = \frac{8-5}{11} = \frac{3}{11} \geq 0$ donc $\frac{8}{11} \geq \frac{5}{11}$

2) On compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$

$\frac{13}{6} - \frac{13}{9} = \frac{39-26}{18} = \frac{13}{18} > 0$ donc $\frac{13}{6} > \frac{13}{9}$ ou $\frac{13}{6} \geq \frac{13}{9}$

3) On compare $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

$\frac{-15}{7}-\left(-\frac{15}{4}\right)=\frac{-15}{7}+\frac{15}{4}=\frac{-60+105}{28}=\frac{45}{28}>0$

donc $\frac{-15}{7}>-\frac{15}{4}$ ou $\frac{-15}{7}\geq-\frac{15}{4}$

4) On compare $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$

$\frac{-12}{7}-\frac{15}{4}=\frac{-48-105}{7}=\frac{-165}{28}<0$ donc $\frac{-12}{7}<\frac{15}{4}$

ou $\frac{-12}{7}\leq\frac{15}{4}$

5) on compare $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

On a $\left(2\sqrt{5}\right)^2=20$ et $\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$ et $50-20=30>0$ et puisque $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$ sont positifs

alors $5\sqrt{2}>2\sqrt{5}$

II) soient *a* et *b* deux réels tel que : $a\leq b$

1) on compare $5a$ et $5b$

On a : $5a-5b=5(a-b)$ et puisque $a\leq b$ alors $a-b\leq 0$

Et on a : $5>0$ donc $5a\leq 5b$

2) on compare $-13a$ et $-13b$

On a : $-13a-(-13b)=-13a+13b=-13(a-b)$ et puisque $a\leq b$ alors $a-b\leq 0$

Et on a : $-13<0$ donc $-13a\geq-13b$

Comparer deux nombres réels *a* et *b*, c'est chercher à savoir quel est le plus grand (ou s'ils sont égaux).

1) Définition : Soient a et b deux réels.

$a\leq b$ se lit « a inférieur ou égal à b » ce qui équivaut à $(b-a)\in\mathbb{R}^+$ ou $b-a\geq 0$

$b\geq a$ se lit « a supérieur ou égal à b » ce qui équivaut à $(b-a)\in\mathbb{R}^+$ ou $b-a\geq 0$

a < b se lit « a strictement inférieur à b » ce qui équivaut à $b-a>0$

a > b se lit « a strictement supérieur à b » ce qui équivaut à $b-a<0$

Ainsi, comparer *a* et *b* revient à étudier le signe de *a* – *b*.

Exemple1 : comparer $\frac{101}{102} et \frac{100}{101}$

SOLUTION :

$\frac{101}{102}-\frac{100}{101}=\frac{101\times101-100\times102}{101\times102}=\frac{10201-10200}{101\times102}$

$\frac{101}{102}-\frac{100}{101}=\frac{1}{101\times102}\in\mathbb{R}^+$ donc : $\frac{101}{102}\geq\frac{100}{101}$

Exemple2 : comparer $2a$ et a^2+1 avec $a\in\mathbb{R}$

SOLUTION :

$(a^2+1)-2a=a^2-2a+1=(a-1)^2\geq 0$

Donc : $a^2+1\geq 2a$ si $a\in\mathbb{R}$

Exercice : $a\in\mathbb{R}$ Comparer : $4a-1$ **et** $4a^2$

SOLUTION :
2) On a $4a^2-(4a-1)=4a^2-4a+1=(2a-1)^2\geq 0$
Donc : $4a^2\geq 4a-1$.
Exercice : Placez les nombres suivants sur cette "droite" numérique :

-0,5 ; 1,25 ; 2,2 ; 2,8 ; -0.4 ; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $-\frac{7}{5}$

SOLUTION :

II) L'ordre et les opérations dans $\mathbb{R}$

1)L'ordre et l'addition
<u>**Propriété :**</u> Soient a et b et c trois nombres réels
✓ Si $a\leq b$ alors $a+c\leq b+c$ et $a-c\leq b-c$
✓ Si $a\leq b$ et $c\leq d$ alors $a+c\leq b+d$
(On peut ajouter membre a membre deux inégalités de même sens)
<u>**Remarque :**</u> on ne peut pas retrancher membre a membre deux inégalités de même sens
<u>**Exemple :**</u>
On a : $4\leq 6$ et $2\leq 6$ mais $4-2>6-6$

2) L'ordre et la multiplication
<u>**Propriétés :**</u>
1) $ab\geq 0$ ssi $a\geq 0$ ou $b\geq 0$ ou $a\leq 0$ ou $b\leq 0$
(le produit de deux réel de même signe et toujours positifs)
2) si $a\leq b$ et $c\geq 0$ alors $ac\leq bc$
si $a\leq b$ et $c\leq 0$ alors $ac\geq bc$
3) si $0\leq a\leq b$ et $0\leq c\leq d$ alors $ac\leq bd$
si $0\leq a\leq b$ alors $a^2\leq b^2$ et $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$
4) si $a\leq b\leq 0$ alors $a^2\geq b^2$
5) si $ab>0$ on a : si $a\leq b$ alors $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$ (Autrement dit, deux nombres strictement positifs ou strictement négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leur inverse.
Application 1:comparer a et b
$a=2+\sqrt{3}$ et $b=2\sqrt{3}$

SOLUTION : $a-b=2-\sqrt{3}$ Nombre positif car $2\geq\sqrt{3}$ En effet : $2^2=4$ *et* $\left(\sqrt{3}\right)^2=3$

cad : $a-b\in\mathbb{R}^{*+}$ donc : $a\succ b$

Application 2:comparer $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ *et* $\frac{1}{5}$

SOLUTION : comparons : $2\sqrt{3}$ *et* 5

On a : $5^2=25$ *et* $\left(2\sqrt{3}\right)^2=4\times 3=12$ donc : $5\succ 2\sqrt{3}$

Par suite : $\frac{1}{5}\prec\frac{1}{2\sqrt{3}}$

Application 3: Soit x un réel tel que : $x \succ -1$

Comparer : 2 **et** $2x+5$ on utilisant les propriétés de l'ordre.
Corrigé : On a $x \succ -1$ donc : $2x \succ 2\times(-1)$ c'est à dire : $2x \succ -2$
Donc : $2x+5 \succ -2+5$ c'est à dire : $2x+5 \succ 3$ ①

Et on sait que : $3 \succ 2$ ②
Donc : de ① et ② en déduit que : $2x+5 \succ 2$
Application 4: Soit x un réel tel que : $x \geq -6$
Comparer : 32 **et** $-5x+1$ on utilisant les propriétés de l'ordre.
Corrigé : On a $x \geq -6$ donc : $-5x \leq -5\times(-6)$ c'est à dire : $-5x \leq 30$
Donc : ① $-5x+1 \leq 31$ et on sait que : $31 \prec 32$ ②
Donc : de ① et ② en déduit que : $-5x+1 \prec 32$

III) Encadrement

1) Encadrement :

Définition : Réaliser un encadrement du réel x, c'est trouver deux nombres assez proche a et b tel que, a < x < b ou a ≤ x ≤ b ou a <x ≤ b ou a ≤ x < b
Chacun de ces doubles égalités s'appelle un encadrement du réel x d'amplitude b-a
Plus cette amplitude est réduite et plus l'encadrement est précis.
Exemple : on a $\left(\sqrt{3} \simeq 1.732050808...\right)$

Donc ① $1.73 \leq \sqrt{3} \leq 1.74$ et ② $1.732 \leq \sqrt{3} \leq 1.733$
① est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ d'amplitude : $1.74-1.73=0.01=10^{-2}$
② est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ d'amplitude $1.733-1.732=0.001=10^{-3}$
Exercice : *x* est un réel tel que $-1 \leq x \leq 2$. On pose B = 2*x* – 3.

Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude
Corrigé : On a $-1 \leq x \leq 2$ donc : $-2 \leq 2x \leq 4$
Donc : $-2-3 \leq 2x-3 \leq 4-3$
Donc : $-5 \leq 2x-3 \leq 1$
Donc : $-5 \leq B \leq 1$ son amplitude est : $1-(-5)=1+5=6$

2) Encadrements et opérations

<u>- Encadrements et additions</u>
Considérons deux réels x et *y* tels que :
a < x < *b* et *c* < *y* < *d* alors on a a+c < x+y < b+d.
<u>-Problème de la soustraction</u>
Pour encadrer le résultat d'une soustraction, on commence par la remplacer par une addition (Soustraire c'est ajouter l'opposé)
<u>-Encadrements et multiplications</u>
Considérons deux nombres réels **positifs** x et *y* tels que :
0 < *a* < *x* < *b* et 0 < *c* < *y* < *d*.
Le produit *xy* est alors encadré par *ac* et *bd*.
On a *ac* < *xy* < *bd*.
Il suffit de multiplier les bornes des encadrements de x et *y* pour obtenir un encadrement de xy.
Remarque : *Pour encadrer le résultat d'une division, on commencera par la remplacer par une Multiplication (diviser c'est multiplier par l'inverse).*
Applications1 : $1 \leq x \leq 3$ **et** $2 \leq y \leq 4$
1) Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$ et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$
2) Trouver un encadrement de : $A=x^2+y^2+2x-3y$ et $B=\frac{2x-1}{x+1}$

SOLUTION : 1) $1 \leq x \leq 3$ et $2 \leq y \leq 4$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $1^2 \leq x^2 \leq 3^2$ donc $1 \leq x^2 \leq 9$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $2^2 \leq y^2 \leq 4^2$ donc $4 \leq y^2 \leq 16$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $2\times 1 \leq 2x \leq 2\times 3$ donc $2 \leq 2x \leq 6$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $3\times 2 \leq 3\times y \leq 3\times 4$ donc $6 \leq 3y \leq 12$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $-3 \leq -x \leq -1$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $-4 \leq -y \leq -2$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq 1$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$

On a $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$ donc $1\times\frac{1}{4} \leq x\times\frac{1}{y} \leq 3\times\frac{1}{2}$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{3}{2}$

2) encadrement de $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$

$6 \leq 3y \leq 12$ Donc $-12 \leq -3y \leq -6$

On fait la somme membre a membre on trouve : $1+4+2-12 \leq x^2 + y^2 + 2x - 3y \leq 9+16+6-6$

Donc ① $-5 \leq A \leq 25$ ①est un encadrement du réel A

Encadrement de $B = \frac{2x-1}{x+1}$

On a $B = \frac{2x-1}{x+1} = (2x-1)\times\frac{1}{x+1}$

et on a $1 \leq x \leq 3$ donc $2 \leq 2x \leq 6$ donc $2-1 \leq 2x-1 \leq 6-1$ donc $1 \leq 2x-1 \leq 5$ ❸

et on a $1 \leq x \leq 3$ donc $2 \leq x+1 \leq 4$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$ ❹

On fait la produit membre a membre de ❸ et❹ on trouve : $1\times\frac{1}{4} \leq (2x-1)\times\frac{1}{x+1} \leq 5\times\frac{1}{2}$

Donc : $\frac{1}{4} \leq B \leq \frac{5}{2}$ est un encadrement du réel B

Applications2 :

1) Vérifier que $14^2 < 200 < 15^2$ et en déduire que ; $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

SOLUTION : 1) on a $14^2 = 196$ et$15^2 = 225$ donc $14^2 < 200 < 15^2$ donc $\sqrt{14^2} < \sqrt{200} < \sqrt{15^2}$

Donc $\sqrt{14^2} < \sqrt{2\times 100} < \sqrt{15^2}$ donc $14 < \sqrt{2}\times 10 < 15$ donc $14\times\frac{1}{10} < \sqrt{2}\times 10\times\frac{1}{10} < 15\times\frac{1}{10}$

Donc $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) on a $22^2 = 484$ et $23^2 = 529$ donc $22^2 < 500 < 23^2$ donc $\sqrt{22^2} < \sqrt{500} < \sqrt{23^2}$

Donc $22 < \sqrt{5}\times 10 < 23$ donc $22\times\frac{1}{10} < \sqrt{5}\times 10\times\frac{1}{10} < 23\times\frac{1}{10}$ donc $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$

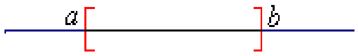
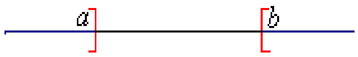
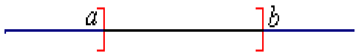
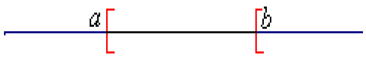
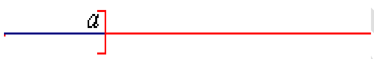
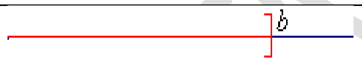
3) on a $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ et $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ donc $1,4+2,2 < \sqrt{2}+\sqrt{5} < 1,5+2,3$

Donc $3,6 < \sqrt{2}+\sqrt{5} < 3,8$

On a $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ et $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ donc $1,4\times 2,2 < \sqrt{2}\times\sqrt{5} < 1,5\times 2,3$ donc $3,08 < \sqrt{10} < 3,45$

IV) Intervalles dans l'ensemble des nombres réels

1) définition : *a* et *b* sont deux réels tels que *a* < *b*.
Le tableau ci-dessous résume les différents types d'intervalles.

L'intervalle noté …	inégalité …	Représentation de cet intervalle sur une droite graduée
$[a\ ;\ b]$	$a \le x \le b$	
$]a\ ;\ b[$	$a < x < b$	
$]a\ ;\ b]$	$a < x \le b$	
$[a\ ;\ b[$	$a \le x < b$	
$[a\ ;\ +\infty[$	$a \le x$	
$]a\ ;\ +\infty[$	$a < x$	
$]-\infty\ ;\ b]$	$x \le b$	
$]-\infty\ ;\ b[$	$x > b$	

<u>Vocabulaire :</u> [*a* ; *b*],]*a* ; *b*[,]*a* ; *b*] et [*a* ; *b*[sont des intervalles d'**extrémités** *a* et *b* (*a* < *b*).
<u>Remarques :</u> -∞ (moins l'infini) et +∞ (plus l'infini) ne sont pas des nombres, ce sont des symboles.
Du côté de -∞ et de +∞, le crochet est toujours ouvert
L'ensemble des réels $\mathbb{R}$ se note aussi]-∞ ; +∞[.
$\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$ et $\mathbb{R}^- =]-\infty, 0]$ et $\mathbb{R}^*_+ =]0, +\infty[$ et $\mathbb{R}^*_- =]-\infty, 0[$

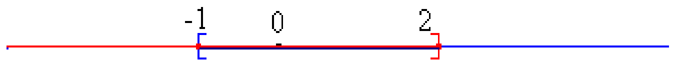
Exercice : 1) -0.25 appartient-il à $[-14; 3]$? 2) 3 appartient-il à] 3; 10[?
3) 0 appartient-il à $]-5; 2]$? 4)105 appartient-il à $[-2.7; +\infty[$?
5) $\sqrt{2}$ appartient-il à $]-\infty; 1{,}4]$?

<u>2)Réunion et intersection d'intervalles</u>
L'**intersection** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant **à la fois** aux deux intervalles.
La **réunion** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à l'un **ou** l'autre de ces intervalles (les éléments de l'intersection appartiennent aussi à la réunion).
<u>Exemples :</u> simplifier si c'est possible
1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] 2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6]
3)]-∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[4)]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[

SOLUTION : 1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] = [4 ; 5]

2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6] = [2 ; 6].

3)]-∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[= [-1 ; 2]



4)]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[=]-∞ ; +∞[

Exercice :calculer $I \cap J$ et $I \cup J$ dans les cas suivants

$J = [-1,+\infty[$ et $I =]-3,7]$

$J = [4;10]$ et $I =]-\infty,5[$

$J = [-5;-1]$ et $I = [0,10[$

$I = \left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J = \left]-1,\frac{3}{2}\right[$

SOLUTION : $I \cap J =]-1,7]$ et $I \cup J =]-3;+\infty[$

$I \cap J = [4,5[$ et $I \cup J =]-\infty;10]$

$I \cap J = \varnothing$ et $I \cup J = [-5;10]$

$I \cap J = \left[-\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right[$ et $I \cup J =]-1,2]$

Exercice : représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ;

1) $x \geq -3$ 2) $x < 5$

3) $1 \leq x \leq 4$ 4) $0 < 6x - 2 \leq 10$

SOLUTION : 1) $x \geq -3$ ssi $x \in [-3,+\infty[$

2) $x < 5$ ssi $x \in]-\infty,5]$

3) $1 \leq x \leq 4$ ssi $x \in [1,4]$

4) $0 < 6x - 2 \leq 10$ ssi $2 \times \frac{1}{2} < 6x \times \frac{1}{2} \leq 12 \times \frac{1}{2}$

ssi $1 < 3x \leq 6$ ssi $1 \times \frac{1}{3} < 3x \times \frac{1}{3} \leq 6 \times \frac{1}{3}$ ssi $\frac{1}{3} < x \leq 2$ ssi $x \in \left]\frac{1}{3},2\right]$

Exercice : Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \succ 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \succ 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$

SOLUTION : $\{$ c'est l'intersection

1) $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \succ 2 \end{cases}$

$x \geq -3$ssi $x \in [-3,+\infty[$ et $x > 2$ ssi $x \in]2,+\infty[$

$S =]2,+\infty[\cap [-3,+\infty[=]2,+\infty[$

2) $\begin{cases} x \succ 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$

$x \leq 4$ ssi $x \in]-\infty, 4]$ et $x \succ 5$ ssi $]5, +\infty[$

$S =]5, +\infty[\cap]-\infty, 4] = \varnothing$

V) La valeur absolue et propriétés

1) Définition : Soit $x \in \mathbb{R}$ et soit M le point d'abscisse x sur un axe normé(gradué)

La valeur absolue de *x est la distance* OM et on note : $|x|$ et on a : $OM = |x|$ (O l'origine de l'axe)

2) Conséquence : $x \in \mathbb{R}$

Si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ et Si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$

Exemples : Calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $|\sqrt{5}-2|$ 5) $|1-\sqrt{3}|$

6) $|\pi - 4|$ 7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ 8) $|3-2\sqrt{3}|$

9) $A = |4-2\sqrt{3}| - |5-3\sqrt{3}| + |9-5\sqrt{3}|$

SOLUTION : 1) $|-3| = -(-3) = 3$ 2) $|3| = 3$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

4) $|\sqrt{5}-2|$ on compare : $\sqrt{5}$ et 2

On a $(\sqrt{5})^2 = 5$ et $(2)^2 = 4$ donc $\sqrt{5} > 2$ par suite $(\sqrt{5}-2) \in \mathbb{R}^{+*}$ Donc $|\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2$

5) $|1-\sqrt{3}|$ on compare : $\sqrt{3}$ et 1

On a $(\sqrt{3})^2 = 3$ et $(1)^2 = 1$ donc $\sqrt{3} > 1$ par suite $(1-\sqrt{3}) \in \mathbb{R}^{-*}$ donc : $|1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = -1+\sqrt{3}$

6) $|\pi - 4| = -(\pi - 4) = -\pi + 4$ car $4 > \pi$

7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ on compare : $\sqrt{7}$ et $\sqrt{2}$

On a $(\sqrt{7})^2 = 7$ et $(\sqrt{2})^2 = 2$ donc $\sqrt{7} > \sqrt{2}$

Par suite $\sqrt{2}-\sqrt{7} < 0$

Donc $|\sqrt{2}-\sqrt{7}| = -(\sqrt{2}-\sqrt{7}) = -\sqrt{2}+\sqrt{7}$

8) on a $3 < 2\sqrt{3}$ car $3^2 < (2\sqrt{3})^2$

Donc : $3-2\sqrt{3} \in \mathbb{R}^-$

Donc ; $|3-2\sqrt{3}| = -(3-2\sqrt{3}) = -3+2\sqrt{3}$

9)on a : $\sqrt{5} > \sqrt{2}$ donc : $\sqrt{5}-\sqrt{2} \in \mathbb{R}^+$ donc : $|\sqrt{5}-\sqrt{2}| = \sqrt{5}-\sqrt{2}$

$A = |4-2\sqrt{3}| - |5-3\sqrt{3}| + |9-5\sqrt{3}|$

$A = 4-2\sqrt{3} - -(5-3\sqrt{3}) + (5\sqrt{3}-9)$

$A = 4-2\sqrt{3}+5-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-9 = 0$

Remarque : Si x est un nombre réel, $|x^2| = x^2$ car $x^2 \geq 0$.

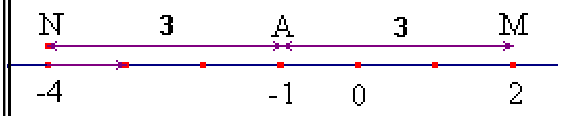
3) Définition : Soit $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ et soit A et B les point d'abscisses respectives a et b sur un axe normé(gradué) On a distance $AB = |a-b|$

Remarque : $AB = BA$ donc $|a-b| = |b-a|$

Exemples :

$MN = |2-(-4)| = |2+4| = |6| = 6$ $\quad AM = |2-(-1)| = |3| = 3$

$AN = |-1-(-4)| = |-1+4| = |3| = 3$



2Propriété : si $x \in \mathbb{R}$ alors : $\sqrt{x^2} = |x|$

Exercice :1) Calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$

2) Comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3) Simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

SOLUTION : 1) $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\times 3\sqrt{2}\times 5 + (5)^2 = 18 - 30\sqrt{2}\times 5 + 25$

$\left(3\sqrt{2}-5\right)^2 = 43-30\sqrt{2}$

2) $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ et $(5)^2 = 25$ Donc $3\sqrt{2} > 5$ donc $3\sqrt{2}-5 \in \mathbb{R}^-$

3) $\sqrt{43-30\sqrt{2}} = \sqrt{\left(3\sqrt{2}-5\right)^2} = \left|3\sqrt{2}-5\right| = -\left(3\sqrt{2}-5\right)$ car $3\sqrt{2}-5 \in \mathbb{R}^-$ donc $\sqrt{43-30\sqrt{2}} = -3\sqrt{2}+5$