

**Contrôle surveillé N° : 3**

**Exercice 1:** Soit  $U_n$  une suite arithmétique de raison  $r$  tel que :  $U_0 = 4$  et  $U_2 = 0$

- 1- Montrer que  $r = -2$
- 2- Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$ . ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 3- Calculer la somme :  $S = U_5 + U_6 + U_7 + \dots + U_{20}$

**Exercice 2:**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par 
$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{5U_n}{2U_n+3} \\ U_0 = 2 \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

- 1- Montrer par récurrence que  $U_n > 1$ . ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 2- Montrer que :  $U_{n+1} - U_n = \frac{2U_n(1 - U_n)}{2U_n+3}$
- 3- Etudier la monotonie de la suite  $U_n$ , puis déduire que :  $1 < U_n \leq 2$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 4- Montrer que :  $(U_{n+1} - 1) \leq \frac{3}{5}(U_n - 1)$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 5- Déduire que :  $(U_n - 1) \leq \left(\frac{3}{5}\right)^n$

**Exercice 3:** Soit la suite  $(U_n)$  définie par 
$$\begin{cases} U_{n+1} = 2U_n + \frac{n+2}{n(n+1)} \\ U_1 = 1 \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

- 1- Calculer  $U_2$
- 2- On pose :  $V_n = U_n + \frac{1}{n}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ )
  - a. Montrer que la suite  $(V_n)$  est Géométrique de raison  $q = 2$ .
  - b. Exprimer  $V_n$  et  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3- On pose :  $S = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ )
  - a. Montrer que :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = 2^{n+1} - S - 2$

PROF: ATMANI NAJIB  
http://www.xriadiat.com

**Exercice 4:**

I- On pose :  $A(x) = 2 \cos^2(x) + 2 \cos(x) \sin(x)$

- 1- Montrer que :  $A(x) = \cos(2x) + \sin(2x) + 1$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 2- Montrer que :  $\sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(2x) + \sin(2x)$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 3- Déduire que :  $A(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + 1$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 4- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $A(x) = 0$

II- Résoudre dans  $[\pi ; 2\pi]$  l'inéquation  $\sin(x) \leq \frac{1}{2}$

PROF: ATMANI NAJIB  
http://www.xriadiat.com