Exercice1 : 4 points (1.5pt +1pt +0.5pt+1pt)

Soit $(v_n)_n$ une suite géométrique de raison positive tel que $v_2 = 18$ et $v_4 = 162$

1) Déterminer la raison de la suite $(v_n)_n$

2) Calculer : v_3 et v_5

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) Montrer que : $v_2 + v_3 + \cdots + v_5 = 720$

Exercice2 : 2.5points (0.5pt +2pt)

Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n^{\ 2} + 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Calculer u_1

2) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

Exercice3 : 2.5points (1.5pt +0.5pt +0.5pt)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 1}{u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique

2) Ecrire v_n en fonction de n

3) En déduire u_n en fonction de n

Exercice4 : 6.5 points (1pt +1pt +1pt + 0.5pt +0.5pts +1pt+0.5pt+0.5pt+0.5pt)

Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Et soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$v_n = u_n - 3 \ \ \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; u_2 ; v_0 et v_1

2) Montrer par récurrence que : $u_n \leq 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

4) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{2}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

5) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$

Calculer : S_n en fonction de n

Exercice5 : 4.5 points (1.5pt +1.5pt +1.5pt)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2

2) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 4

3) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$