

**Questions indépendantes :** (7,5 Pts)

1+1+1

1) Soit  $n$  un entier naturel . Déterminer les nombres pairs et les nombres impairs  
Parmi les nombres suivants :  $a = 4n + 13$  ;  $b = 6n + 2$  et  $c = (2n + 1)^2 + 2n - 1$

2) Soit  $n$  un entier naturel . On pose  $A = 3^{n+3} \cdot 5^{n+1} - 9$  .

1

a) Quel est la parité du nombre  $15^{n+1}$  ?

1

b) Montrer que  $A = 9(15^{n+1} - 1)$  .

1

c) En déduire que le nombre  $A$  est multiple de 18 .

1,5

3) Soient  $m$  et  $n$  deux entiers naturels impairs .

Montrer que le nombre  $m^2 + n^2 - 2$  est divisible par 8 .

**Exercice (1) :** (4 Pts)

Soit  $n$  un entier naturel non nul , différent de 1 et on considère les entiers naturels :

$$X = 450 \quad \text{et} \quad Y = 5^{2n+2} - 5^{2n}$$

1

1)a) Décomposer  $X$  sous la forme d'un produit de facteurs premiers.

1

b) Vérifier que la décomposition en facteurs premiers de  $Y$  est :  $Y = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^{2n}$

1+1

2) Déterminer le PGDC ( $X ; Y$ ) et le PPCM ( $X ; Y$ ).

**Exercice (2) :** (7 Pts)

Soit  $ABC$  un triangle .  $M ; N ; K$  et  $K'$  sont quatre points du plan ( $\mathcal{P}$ ) tels que :

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} ; \quad \overrightarrow{CM} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CB} ; \quad \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad 3\overrightarrow{BK'} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} .$$

4x0,5

1) Construire les points  $M ; N ; K$  et  $K'$  .

1+1

2) a) Montrer que :  $\overrightarrow{MN} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{MK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

1

b) En déduire que les points  $M ; N$  et  $K$  sont alignés.

1

3) Soit un vecteur  $\vec{u}$  tel que :  $\vec{u} = \overrightarrow{K'C} + \overrightarrow{K'M}$  .

1

a) Simplifier le vecteur  $\vec{u}$  .

b) Déduire que  $K'$  est le milieu du segment  $[CM]$  .

**Exercice (3) :** (1,5 Pts)

Soit  $n$  un entier naturel non nul et  $n > 3$  premier . On pose  $X = \frac{2n+21}{n+3}$  .

0,5

1) Vérifier que :  $X = 2 + \frac{15}{n+3}$  .

1

2) Déterminer la valeur de  $n$  pour la quelle  $X$  est un entier naturel .

( Justifier la réponse )